第6章　相似

第25講・相似①　長さを求める問題

要点整理

1　相似

(1)　ある図形を，その形を変えないで，何倍かに**拡大**（かくだい），または**縮小**（しゅくしょう）した図形は，もとの図形と**相似**（そうじ）であるという。

(2)　△ABC と△DEF が相似であることを，記号∽を使って，対応する頂点の順に，**△ABC ∽△DEF** と表し，「三角形 ABC 相似　三角形 DEF」と読む。

2　相似な図形の性質

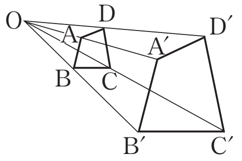
(1)　相似な図形では，対応する線分の長さの比はすべて等しい。この比，または比の値を**相似比**（そうじひ）という。

(2)　相似な図形では，対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

3　相似の位置と相似の中心

2 つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて1点 O に集まり，O から各図形の対応する点までの距離の比がすべて等しいとき，2 つの図形は**相似の位置にある**といい，点 O を**相似の中心**という。

●相似の位置にある



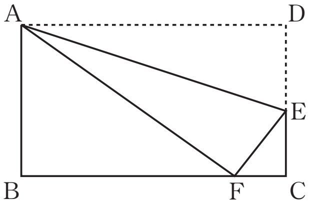
OA：OA′
＝OB：OB′
＝OC：OC′
＝OD：OD′

四角形ABCD∽四角形 A′B′C′D′

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1

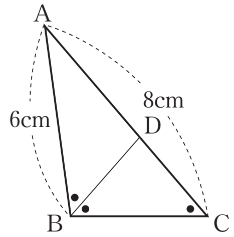
右の図のように，AB＝6cm，AD＝10cmである長方形ABCDの紙の頂点Dが，辺BC上の点Fに重なるように折り曲げた。AEは折り目の線である。BF＝8cmとするとき，EFの長さを求めなさい。求め方も書くこと。



例題 2

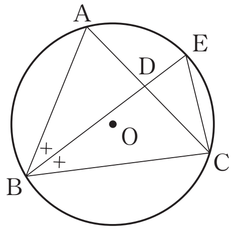
次の問いに答えなさい。

(1) 右の図で，AB＝6cm，AC＝8cm，∠ABD＝∠CBD＝∠BCDのとき，辺BCの長さを求めよ。



(2) 右の図のように，円Oの周上の点A，B，Cを結んでできる△ABCがある。∠ABCの二等分線と辺AC，円Oとの交点をそれぞれD，Eとするとき，次の問いに答えよ。

① △DCEに相似な三角形を，△DCE以外に2つあげよ。



② BE＝16cm，DE＝4cmとするとき，CEの長さを求めよ。

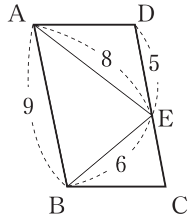
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

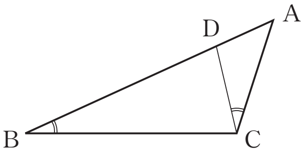
25－1

次の問いに答えなさい。

⑴　右の図の平行四辺形ABCDにおいて，AB＝9，DE＝5，BE＝6，AE＝8である。ADの長さを求めよ。

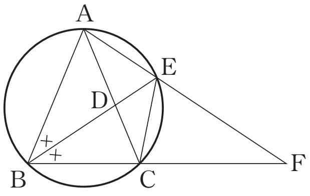


⑵　右の図で，∠ABC＝∠ACD，AB＝8cm，BC＝6cm，CA＝4cmである。このとき，BDの長さを求めよ。



25－2

右の図のように，円周上の3点A，B，Cを頂点とし，AB＝AC＝6cm，BC＝4cmである△ABCがある。∠Bの二等分線と，辺AC，$\overset{\frown}{AC}$との交点をそれぞれD，Eとし，点Cと点Eを線分で結ぶ。また，辺BCの延長と弦AEの延長との交点をFとする。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　∠ACB＝aとするとき，∠CAEの大きさをaを用いて表せ。また，線分CFの長さを求めよ。

⑵　AE：AFを最も簡単な整数の比で答えよ。

⑶　線分CEの長さを求めよ。

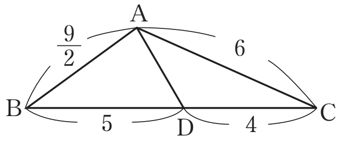
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

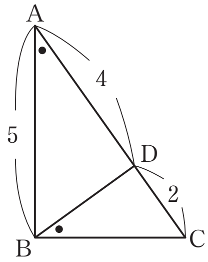
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第25講・確認テスト

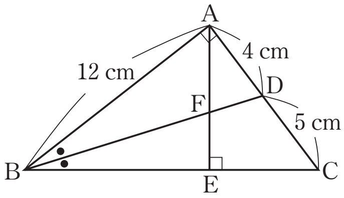
［1］　次の問いに答えなさい。



(1)　右の図において，$AB=\frac{9}{2}$，AC＝6，BD＝5，CD＝4 である。このとき，AD の長さは ア である。



(2)　右の図において，∠BAC＝∠CBD，AB＝5，AD＝4，CD＝2 である。このとき，BC の長さは イ $\sqrt{ウ}$ である。



［2］　右の図の△ABC は，∠BAC＝90°，AB＝12cm の直角三角形である。∠ABC の二等分線が辺 AC と交わる点を D，A から辺 BC にひいた垂線が BC と交わる点を E，BD と AE が交わる点を F とする。これについて，次の問いに答えなさい。

(1)　AF の長さを求めなさい。

AF＝ エ cm

(2)　BC の長さを求めなさい。

BC＝ オカ cm

(3)　BE，EF の長さを求めなさい。

BE＝$\frac{キク}{ケ}$ cm，EF＝$\frac{コサ}{シ}$ cm

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６章　相似

第２５講・相似①　長さを求める問題

例題 1

△ABF と△FCE において，∠ABF＝∠FCE ＝ 90°…①

∠BAF＋∠BFA＝90°，∠EFC＋∠BFA＝90° より，∠BAF＝∠EFC…②

（どちらの角も，∠BFA との和が 90° になる。）

①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，

△ABF ∽△ FCE

よって，AB：FC＝FA：EF より，6：2＝10：EF，EF＝$\frac{10}{3}$(cm)

解説

直角をはさむ両側に相似な三角形ができている。

（関数とグラフにもよく出てくる。）

例題 2

(1)　$\frac{14}{3}$cm　　(2)①　△DBA，△CBE　　②　8 cm

解説

(1)　△ABC ∽△ADB（相似比 4：3）より，BC＝4x，DB＝DC＝3x，とすると，

6：(8－3x)＝4：3　　x＝$\frac{7}{6}$　　BC＝$\frac{14}{3}$(cm)

(2)②　△DCE∽△ CBE より，CE：16＝4：CE　　CE^2＝64

25－1

(1)　$\frac{16}{3}$　　(2)　6 cm

解説

(1)　△ABE∽△BEC より，9：6＝8：BC　　BC＝AD＝$\frac{16}{3}$

(2)　△ABC∽△ACD（2 組の角がそれぞれ等しい）より，BD＝$x$cm とすると，

8：4＝4：(8－x)より，x＝6(cm)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

25－2

(1)　**∠CAE…$\frac{1}{2}a$，CF…6cm**　(2)　**3：8**　(3)　**$\frac{3\sqrt{6}}{2}$ cm**

解説

(1)　∠CAE＝∠CBE $=\frac{1}{2}a$

また，∠CFA＋∠CAE＝∠ACB より，∠CFA＝$\frac{1}{2}a$

よって，△ACF は AC＝FC＝6(cm)の二等辺三角形である。

(2)　△ACE ∽△FBE(相似比 3：5)より，AE：FE＝3：5

よって，AE：AF＝3：8

(3)　CE＝AE＝$3x$(cm)とおくと，EF＝$5x$(cm)

△ACF∽△BEF より，AF：BF＝CF：EF

$8x$：10＝6：$5x$ より，$x^2=\frac{3}{2}$

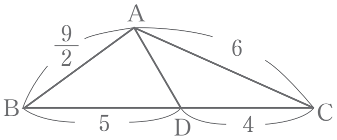
$x>0$ より，$x=\frac{\sqrt{6}}{2}$

よって，CE＝$3x=\frac{3\sqrt{6}}{2}$ (cm)

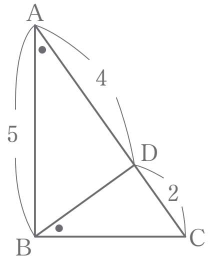
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第25講・確認テスト

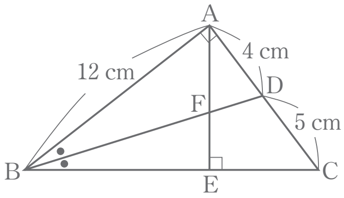
［1］　次の問いに答えなさい。



（1）　右の図において，$AB=\frac{9}{2}$，$AC=6$，$BD=5$，$CD=4$ である。このとき，AD の長さは［ア］である。



（2）　右の図において，$\angle BAC=\angle CBD$，$AB=5$，$AD=4$，$CD=2$ である。このとき，BC の長さは［イ］$\sqrt{［ウ］}$である。



［2］　右の図の△ ABC は，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=12cm$ の直角三角形である。∠ABC の二等分線が辺 AC と交わる点を D，A から辺 BC にひいた垂線が BC と交わる点を E，BD と AE が交わる点を F とする。これについて，次の問いに答えなさい。

（1）　AF の長さを求めなさい。

AF＝［エ］cm

（2）　BC の長さを求めなさい。

BC＝［オカ］cm

（3）　BE，EF の長さを求めなさい。

BE＝$\frac{［キク］}{［ケ］}$ cm，EF＝$\frac{［コサ］}{［シ］}$ cm

解答

［1］　ア　3　　イ　2　　ウ　3

［2］　エ　4　　オ　1　　カ　5　　キ　4　　ク　8　　ケ　5　　コ　1　　サ　6
　　　シ　5

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

(1)　△ABC ∽ △DAC より，AB：DA＝BC：AC

よって，$\frac{9}{2}$：DA＝(5＋4)：6，9DA＝27，DA＝3

(2)　△ABC ∽ △BDC より，AC：BC＝BC：DC

よって，(4＋2)：BC＝BC：2，BC^2＝12　BC＞0 より，BC＝$2\sqrt{3}$

［2］

(1)　△ABD ∽ △EBF より，∠ADB＝∠EFB

対頂角より，∠EFB＝∠AFD

よって，∠ADF＝∠AFD より，AF＝AD＝4(cm)

(2)　△DBC ∽ △FBA より，DC：FA＝BC：BA

よって，5：4＝BC：12，BC＝15(cm)

(3)　△ABC ∽ △EBA より，AB：EB＝BC：BA

よって，12：EB＝15：12，EB＝$\frac{48}{5}$(cm)

△ABD ∽ △EBF より，AD：EF＝AB：EB

よって，4：EF＝12：$\frac{48}{5}$，EF＝$\frac{16}{5}$(cm)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。